

این فایل بخشی از کتاب سؤال فیزیک پایه ۱ و پاسخنامه دانشگاه علم و صنعت می‌باشد که به عنوان نمونه ارائه شده است. سایر کتابهای سرآمد نیز به همین ترتیب بر اساس نام دانشگاه و ترم تحصیلی طبقه‌بندی شده‌اند و برای هر دانشگاه پاسخنامه جداگانه‌ای در نظر گرفته شده است. جهت تهیه محصولات می‌توانید به سایت [www.Amad-group.ir](http://www.Amad-group.ir) مراجعه نمایید. قابل ذکر است که در صورت خرید نسخه pdf کتابها، پس از تکمیل فرآیند خرید، فایل مستقیماً به ایمیلتان ارسال می‌گردد و در صورت خرید نسخه چاپی، کتابها توسط پیک ارسال می‌شود که هزینه آن بر عهده شما می‌باشد.



## سینماتیک دورانی

۱) دانشگاه علم و صنعت ایران / میان‌ترم دوم ۸۸-۱۳۸۷

میز گردی با سرعت ثابت  $\omega$  حول محور قائم دوران می‌کند. روی یکی از شعاعهای این میز حشره‌ای به طرف خارج میز در حال حرکت است به طوری که فاصله حشره از مرکز دوران میز با رابطه  $r = bt^2$  افزایش می‌یابد که در آن  $t$  برحسب ثانیه،  $r$  برحسب متر و  $b$  مقدار ثابت است. الف) بردارهای سرعت و شتاب حشره را در لحظه  $t$  به دست آورید. ب) اگر در لحظه  $t = 1s$  حشره در فاصله یک متری از مرکز دوران و  $\omega = 4 \frac{rad}{s}$  باشد، اندازه عددی سرعت و شتاب حشره را محاسبه کنید.

۲) دانشگاه علم و صنعت ایران / پایان‌ترم اول ۸۸-۱۳۸۷

میله‌ی همگنی به طول  $L$  و جرم  $M$  می‌تواند آزادانه حول محوری که از انتهای آن می‌گذرد دوران کند. میله از وضعیت  $\theta_0$  بدون سرعت اولیه رها می‌شود. مطلوبست:

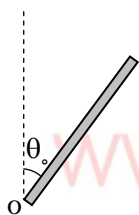
الف) سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای میله در وضعیت  $\theta$

ب) شتاب مماسی و شتاب شعاعی مرکز جرم میله در وضعیت  $\theta$

ج) در وضعیت  $\theta$ ، محور چه نیروهایی در راستای میله و عمود بر میله به میله وارد

$$I_0 = \frac{1}{3} ML^2$$

می‌کند؟





فیزیک پایه ۱

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب / پایان‌ترم اول ۸۸-۱۳۸۷

چرخ طیاره‌ای با سرعت زاویه‌ای  $150 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$  می‌چرخد. اصطکاک سبب می‌شود که در مدت  $2/2h$  به حال سکون درآید.

الف) شتاب زاویه‌ای ثابت چرخ بر حسب  $\frac{\text{rev}}{s^2}$  در این مدت چقدر است؟

ب) چرخ قبل از توقف چند دور زده است؟

ج) در لحظه‌ای که چرخ با تند  $75 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$  دوران می‌کند، مؤلفه‌ی مماسی شتاب نقطه‌ای از چرخ که در

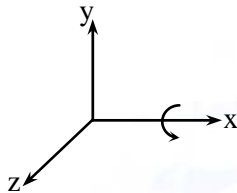
فاصله‌ی شعاعی  $50 \text{cm}$  از محور دوران قرار دارد چقدر است؟

د) اندازه‌ی شتاب خطی ذره در قسمت (ج) را به دست آورید.

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز / پایان‌ترم اول ۸۷-۱۳۸۶

یک جسم صلب از حال سکون با شتاب زاویه‌ای  $2 \frac{\text{rad}}{s^2}$  شروع به دوران حول محور  $X$  می‌کند. ۲ ثانیه پس از آغاز

حرکت، کمیت‌های زیر را برای نقطه‌ای از جسم که موقعیت آن  $\vec{r} = 3\vec{i} - \vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$  می‌باشد بدست آورید.



(۲) سرعت خطی

(۱) سرعت زاویه‌ای

(۴) شتاب مماسی

(۳) کمان طی شده

(۶) شتاب خطی

(۵) شتاب مرکزگرا

(۷) شعاع حرکت

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب / پایان‌ترم دوم ۸۶-۱۳۸۵

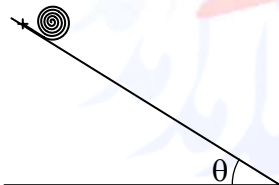
طول یک نوار فنری که به دور خود پیچیده است،  $l$  می‌باشد. انتهای آزاد نوار به

جایی از یک سطح شیب‌دار وصل شده است. این نوار روی سطح شیب‌دار به زاویه‌ی

شیب  $\theta$  ضمن غلتیدن باز می‌شود. نشان دهید که زمان لازم برای باز شدن کامل

$$t = \sqrt{\frac{3l}{g \sin \theta}}$$

نوار برابر  $I = \frac{1}{2} m r^2$  است (اینرسی دورانی نوار  $I = \frac{1}{2} m r^2$  است).



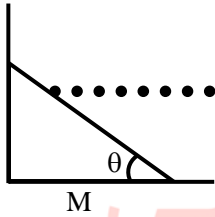
دانشگاه صنعتی شریف / میان‌ترم اول ۸۶-۱۳۸۵

مانند شکل گوه‌ای با شیب  $\theta$  و جرم  $M$  به دیواری قائم تکیه داده شده است. گلوله‌های کوچکی هر یک به جرم

$m$  با سرعت افقی یکسان  $v$  به این گوه می‌خورند و به طور آینه‌ای بازتاب می‌شوند. برخوردها کشسان است و در

نتیجه اندازه‌ی سرعت گلوله‌ها قبل و بعد از برخورد یکی است. آهنگ برخورد گلوله‌ها، یعنی تعداد گلوله‌هایی که

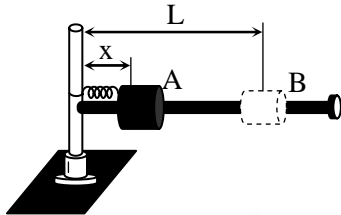
در واحد زمان به گوه برخورد می‌کنند را  $k$  بگیرید. از اثر گرانش روی حرکت گلوله‌ها چشم‌پوشی کنید.



الف) در هر برخورد، بردار تغییر تکانه‌ی ذره‌ی برخوردکننده چه قدر است؟  
 ب) نیروی متوسطی که دیواره‌ی افقی و دیواره‌ی عمودی به گوه وارد می‌کنند را به دست آورید.  
 ج) به ازای  $(\theta = 60^\circ)$   $\theta = \sin^{-1}(0/60)$ ،  $M = 2/1 \text{ kg}$ ،  $m = 1/5 \text{ gr}$  و  $k = 13(\frac{1}{g})$  این نیروها را بیابید.

۷) دانشگاه علم و صنعت ایران / پایان‌ترم دوم ۸۵-۱۳۸۴

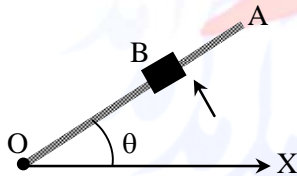
مطابق شکل میله‌ای با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega$  حول محور قائم می‌چرخد. یک سر فنر بدون جرم به ضریب سختی  $k$  و طول طبیعی  $l_0$  به محور متصل و سر دیگر آن به غلاف به جرم  $m$  بسته شده است و غلاف می‌تواند آزادانه روی میله افقی بدون مالش بلغزد. در آغاز غلاف به وسیله نخ به محور قائم بسته شده به



طوریکه فنر را به اندازه  $d$  فشرده است. در حین حرکت نخ پاره شده و غلاف متصل به فنر به سمت خارج میله حرکت می‌کند. با استفاده مستقیم از قانون دوم نیوتن سرعت غلاف را نسبت به میله در نقطه‌ای به فاصله‌ی  $L$  از محور بیابید. (بر حسب پارامترهای داده شده)

۸) دانشگاه علم و صنعت ایران / میان‌ترم اول ۸۵-۱۳۸۴

دوران میله  $OA$  به طول  $0/9$  متر حول نقطه  $O$  با رابطه  $\theta = 0/15t^2$  تعریف شده است که در آن  $\theta$  برحسب رادیان و  $t$  برحسب ثانیه است. لغزش غلاف  $B$  روی میله  $OA$  به گونه‌ای است که فاصله آن از نقطه  $O$  با رابطه  $r = 0/9 - 0/12t^2$  تغییر می‌کند که  $r$  برحسب متر و  $t$  برحسب ثانیه است. در لحظه‌ای که  $\theta = 30^\circ$  است مطلوب است:



الف) سرعت غلاف  $B$   
 ب) شتاب کل غلاف  
 ج) شتاب غلاف نسبت به میله  
 د) زاویه بین بردار سرعت و شتاب غلاف  
 ه) نیروی خالصی که میله به غلاف وارد می‌کند. جرم غلاف را یک کیلوگرم در نظر بگیرید. (میله در صفحه افق حرکت می‌کند)

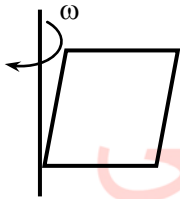
۹) دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب / پایان‌ترم دوم ۸۴-۱۳۸۳

چرخ لنگری از سرعت زاویه‌ای  $1/5 \text{ rad/s}$  تا توقف کامل  $40$  دور می‌زند. با فرض یکنواخت بودن شتاب زاویه‌ای،  
 الف) چه مدت طول می‌کشد تا چرخ متوقف شود؟  
 ب) شتاب زاویه‌ای چه قدر است؟  
 ج) برای انجام  $20$  دور اول چه مدت زمان لازم است؟



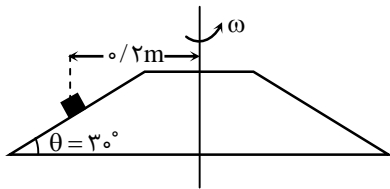
فیزیک پایه ۱

۱۰) دانشگاه صنعتی شریف / میان‌ترم اول ۸۴-۱۳۸۳



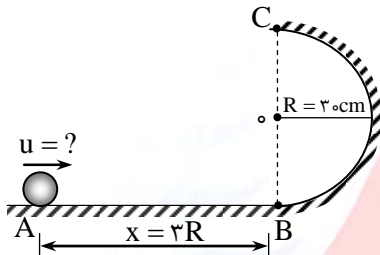
مربعی به ابعاد یک متر و جرم یک کیلوگرم حول محوری که از یکی از رأس‌هایش عبور نموده و عمود به سطح مربع است با سرعت زاویه‌ای  $10$  رادیان بر ثانیه در حال دوران است.  
الف) انرژی جنبشی و نیرویی که بر محور دوران در نقطه اتصال وارد می‌شود را به‌دست آورید.  
ب) اگر این دوران حول یکی از اضلاع می‌بود، انرژی جنبشی و نیرو چه مقدار می‌شد؟

۱۱) دانشگاه علم و صنعت ایران / میان‌ترم اول ۸۴-۱۳۸۳



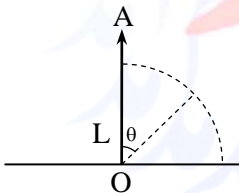
در شکل مقابل جسم کوچکی به جرم  $m$  روی سطحی مخروطی شکل قرار دارد و مخروط با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  حول محور قائم می‌چرخد. اگر ضریب مالش بین جسم و سطح مخروط  $\mu_s = 0/8$  باشد، حداکثر  $\omega$  را چنان تعیین کنید که جسم نسبت به سطح مخروط در آستانه لغزش رو به پائین قرار گیرد.

۱۲) دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز / میان‌ترم اول ۸۴-۱۳۸۳



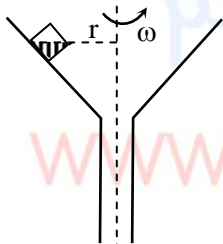
شخصی در امتداد کف زمین از نقطه  $A$  یک توپ کوچک را می‌غلطاند. اگر  $x = 2R$ ، سرعت  $u$  را طوری بیابید که توپ پس از غلتیدن روی سطح دایره‌ای در صفحه قائم از  $B$  به  $C$  و تبدیل شدن به یک پرتابه در  $C$ ، به نقطه  $A$  باز گردد. اگر قرار باشد تماس تا نقطه  $C$  حفظ شود، حداقل مقدار  $x$  چقدر باشد؟ (اصطکاک ناچیز و  $R = 30\text{cm}$ )

۱۳) دانشگاه صنعتی امیرکبیر / میان‌ترم دوم ۸۳-۱۳۸۲



میله‌ی  $OA$  به طول  $L$  که در نقطه‌ی  $O$  ثابت است از حال سکون شروع به دوران در صفحه حول  $O$  می‌کند. شتاب زاویه‌ای دوران با رابطه‌ی  $\alpha = k \sin \theta$  داده شده است که  $\theta$  زاویه‌ی بین میله و امتداد قائم و  $k$  ثابت مثبت است. شتاب مماسی و مرکزگرای نقطه‌ی  $A$  را بر حسب  $k$ ،  $L$  و  $\theta$  به‌دست آورید.

۱۴) دانشگاه علم و صنعت ایران / پایان‌ترم اول ۸۳-۱۳۸۲

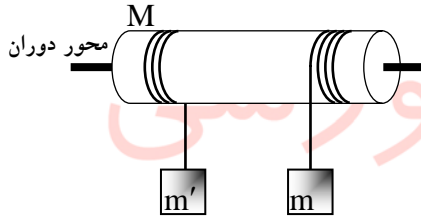


مکعب کوچکی به جرم  $m$  مطابق شکل در داخل یک قیف که با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  حول محور قائم دوران می‌کند قرار دارد. زاویه دیواره قیف با افق  $\theta$  می‌باشد. اگر ضریب استاتیکی بین مکعب و دیواره قیف  $\mu_s$  باشد و مرکز مکعب از محور دوران به فاصله  $r$  قرار داشته باشد، بیشترین مقدار  $\omega$  چقدر باشد تا مکعب نسبت به جدار قیف ساکن بماند؟



۱۵) دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب / پایان‌ترم اول ۸۳-۱۳۸۲

استوانه‌ای توپر و یکنواخت به جرم  $M$  و شعاع  $R$  توسط محور افقی بدون اصطکاک مطابق شکل نگهداری می‌شود. دو وزنه به جرم  $m$  به وسیله‌ی ریسمانی که دور استوانه پیچیده شده است آویزان شده‌اند.



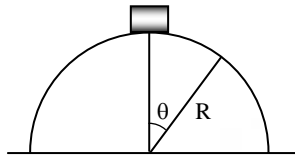
الف) شتاب هریک از جرم‌ها چقدر است؟  
ب) کشش هریک از ریسمان‌ها چقدر است؟

$$I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2 \text{ (استوانه توپر).}$$

۱۶) دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب / پایان‌ترم اول ۸۳-۱۳۸۲

مطلوب است لختی دورانی استوانه توپر به جرم  $M$  و شعاع  $R$  حول محور مرکزی‌اش.

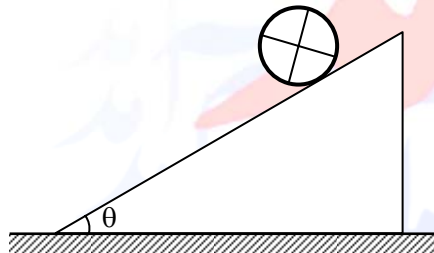
۱۷) دانشگاه صنعتی شریف / میان‌ترم اول ۸۳-۱۳۸۲



ذره‌ای روی سطح نیم‌کره ثابتی مطابق شکل قرار دارد. ذره با سرعت کمی و بدون غلتش و اصطکاک به سمت پائین حرکت می‌کند. در چه نقطه‌ای ذره سطح را ترک می‌کند؟

۱۸) دانشگاه علم و صنعت ایران / شهریورماه ۱۳۸۲

حلقه نازکی به جرم  $m$  و شعاع  $r$  مطابق شکل دارای چهار پره هر یک به طول  $l$  و جرم  $m$  روی سطح شیب‌داری به زاویه شیب  $\theta$  بدون لغزش به پایین می‌غلتد.



الف) اینرسی دورانی دستگاه را نسبت به مرکز حلقه به دست آورید.

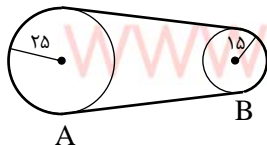
ب) شتاب مرکز جرم حلقه را تعیین کنید.

ج) حداقل ضریب مالش برای غلتش بدون لغزش دستگاه را به دست آورید.

اینرسی دورانی حلقه نسبت به مرکز آن  $mr^2$  و اینرسی دورانی میله به جرم  $m$  و طول  $l$  نسبت به انتهای آن  $\frac{1}{3}ml^2$  است.

۱۹) دانشگاه صنعتی امیرکبیر / پایان‌ترم دوم ۸۲-۱۳۸۱

چرخ  $A$  به شعاع  $15 \text{ cm}$  توسط تسمه‌ای به چرخ  $B$  به شعاع  $25 \text{ cm}$  متصل است. چرخ  $A$  از حال سکون با شتاب



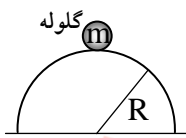
زاویه‌ای  $\frac{1}{6} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$  به حرکت درمی‌آید. زمانی که سرعت چرخ  $B$  به  $100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

می‌رسد را به دست آورید (فرض نمایید تسمه و چرخ‌ها لغزش نداشته باشند).



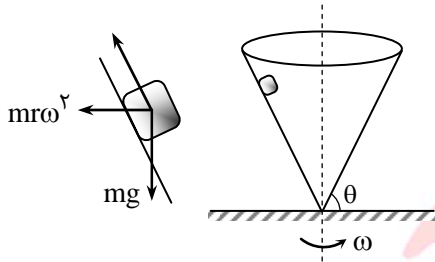
## فیزیک پایه ۱

۲۰) دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب / پایان‌ترم دوم ۸۲-۱۳۸۱



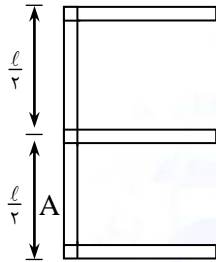
گلوله‌ای به جرم  $m$  و شعاع  $r$  مطابق شکل از بالای نیم‌کره‌ای به شعاع  $R$  ( $r \ll R$ ) شروع به غلطیدن می‌کند. گلوله در چه ارتفاعی از زمین از نیم‌کره جدا می‌شود؟ (گشتاور قطبی نسبت به یکی از شعاع‌هایش برابر  $\frac{2}{5}mr^2$  است.)

۲۱) دانشگاه صنعتی امیرکبیر / میان‌ترم دوم ۸۲-۱۳۸۱



یک قطعه مکعب شکل به جرم  $m$  در داخل یک سطح مخروطی که طول محور خود با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  می‌چرخد قرار گرفته است. زاویه‌ی سطح مخروطی با افق  $\theta$  و ضریب استاتیک بین قطعه و مکعب و سطح مخروط  $\mu_s$  و مرکز مکعب در فاصله‌ی  $r$  از محور مخروط قرار گرفته است. مطلوبست محاسبه‌ی حداقل  $\omega$  برای اینکه قطعه مکعب نسبت به سطح مخروط حرکت نکند.

۲۲) دانشگاه صنعتی شریف / پایان‌ترم اول ۸۲-۱۳۸۱



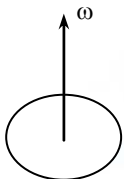
چهار میله‌ی یکسان با چگالی یکنواخت و با طول  $l$  مطابق شکل به هم وصل‌اند.  
الف) مرکز جرم سیستم را به دست آورید.  
ب) اینرسی دورانی حول محوری که از مرکز جرم می‌گذرد و موازی میله‌ی A است چقدر است؟

# گروه آموزشی



## سینماتیک دورانی

دانشگاه علم و صنعت ایران / میان‌ترم دوم ۸۸-۱۳۸۷



$$r = bt^2 \Rightarrow \dot{r} = 2bt, \quad \ddot{r} = 2b$$

(الف)

$$\dot{\theta} = \omega = \text{مقدار ثابت} \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$$

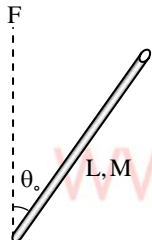
$$\vec{V} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} = 2bt\hat{r} + b\omega t^2\hat{\theta} \Rightarrow \vec{V}(t=1) = 2b\hat{r} + b\omega\hat{\theta}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta} \Rightarrow \vec{a} = (2b - bt^2\omega^2)\hat{r} + 4bt\omega\hat{\theta}$$

(ب)

$$t=1, r=1 \Rightarrow b=1, \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \vec{V} = 2\hat{r} + 4\hat{\theta}, \quad \vec{a} = -14\hat{r} + 16\hat{\theta}$$

دانشگاه علم و صنعت ایران / پایان‌ترم اول ۸۸-۱۳۸۷



$$\vec{\omega} = \frac{\theta - \theta_0}{t}$$

(الف)

$$\vec{\alpha} = \frac{\omega - \omega_0}{t}, \quad \omega_0 = 0$$

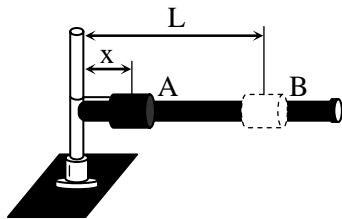
$$\Rightarrow \vec{\alpha} = \frac{\omega}{t} = \frac{\theta - \theta_0}{t^2}$$



$$\left. \begin{aligned} a_n &= r\omega^2 \\ V &= r\omega = r \frac{\theta - \theta_0}{t} \\ a_T &= \frac{dV}{dt} \\ r &= r_{cm} = \frac{L}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a_n = \frac{L}{2} \omega^2 = \frac{L}{2} \frac{(\theta - \theta_0)^2}{t^2} \\ a_T = \frac{L}{2} \frac{d}{dt} \left( \frac{\theta - \theta_0}{t} \right) = -\frac{L(\theta - \theta_0)}{2t^2} \end{cases}$$

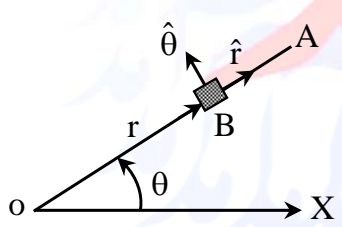
ج) نیروی وارد در راستای میله،  $mg \cos \theta$  و نیروی وارد در راستای عمود بر میله،  $mg \sin \theta$  می باشد.

چون با فرکانس ثابت حرکت می کند، داریم:



$$\begin{aligned} \sum F &= ma \Rightarrow -k(r - l_0) + mr\omega^2 = mv \frac{dv}{dr} \\ \Rightarrow \frac{k}{m}(l' - l_0) + l'\omega^2 &= v \frac{dv}{dl'} \Rightarrow \left( \frac{k}{m}(l' - l_0) + l'\omega^2 \right) dl' = v dv \\ \int_d^L \left( \frac{k}{m}(l' - l_0) + l'\omega^2 \right) dl' &= \frac{1}{2} v^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{k}{m} \left( \frac{L^2 - d^2}{2} - l_0(L - d) \right) + \frac{L^2 - d^2}{2} \omega^2 &= \frac{1}{2} v^2 \\ \Rightarrow v &= \sqrt{ \frac{k}{m} \left( \frac{L^2 - d^2}{2} - l_0(L - d) \right) + \frac{(L^2 - d^2)}{2} \omega^2 } \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} r &= 0.9 - 0.12t^2, \quad \theta = 0.15t^2 \\ \vec{V} &= \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}, \quad \dot{r} = -0.24t, \quad \dot{\theta} = 0.3t \\ \Rightarrow \vec{V} &= -0.24t\hat{r} + (0.9 - 0.12t^2)(0.3t)\hat{\theta} \\ \theta = 30^\circ = \frac{\pi}{6} = 0.15t^2 &\rightarrow t = \sqrt{\frac{\pi}{0.3}} = 1.17 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{V} &= -(0.24)(1.17)\hat{r} + [(0.9 - (0.12)(1.17)^2)(0.3)(1.17)]\hat{\theta} \\ \Rightarrow \vec{V} &= -0.28\hat{r} + 0.27\hat{\theta} \rightarrow |\vec{V}| = 0.52 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}, \quad \ddot{r} = -0.24, \quad \ddot{\theta} = 0.3 \\ \rightarrow \vec{a} &= [-0.24 - (0.9 - 0.12t^2)(0.3t)^2]\hat{r} + [(0.9 - 0.12t^2)(0.3) + 2(-0.24t)(0.3t)]\hat{\theta} \\ \theta = \frac{\pi}{6} \rightarrow t = 1.17 \text{ s} &\Rightarrow \vec{a} = -0.39\hat{r} - 0.36\hat{\theta} \rightarrow |\vec{a}| = 0.53 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$





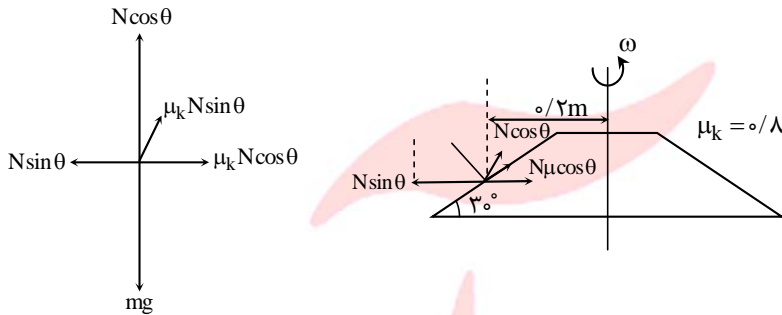
$\vec{r} = -0.24 \frac{m}{s^2}$  (ج)

$\vec{a} \cdot \vec{V} = a_r V_r + a_\theta V_\theta = (-0.39)(-0.45) + (-0.36)(0.27) = +0.078$  (د)

$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{V}}{aV} = \frac{+0.078}{(0.53)(0.52)} = 0.284 \Rightarrow \theta = 73/5^\circ$

$\vec{F} = m\vec{a} = m(-0.39\hat{r} - 0.36\hat{\theta}) = (1)(-0.39\hat{r} - 0.36\hat{\theta}) = -3(0.13\hat{r} + 0.12\hat{\theta}) \Rightarrow |\vec{F}| = 0.53 N$  (ه)

دانشگاه علم و صنعت ایران / میان‌ترم اول ۸۴-۱۳۸۳ (۱۱)

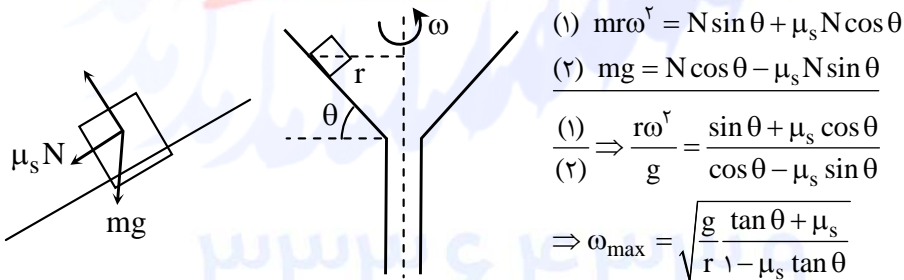


$$\left. \begin{aligned} N \sin \theta - \mu_s N \cos \theta &= mg \\ -N \cos \theta + \mu_s N \sin \theta &= mr\omega^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{\mu \sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta - \mu \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{g \mu \sin \theta - \cos \theta}{r \sin \theta - \mu \cos \theta} = \frac{g}{r} \frac{\mu - \cot \theta}{1 - \mu \cot \theta} = \frac{10}{0.2} \times \frac{0.8 - 1/73}{1 - 0.8 \times 1/73} = 122/4$$

$$\rightarrow \omega_{max} = 11/1 \text{ Rad}$$

دانشگاه علم و صنعت ایران / پایان‌ترم اول ۸۳-۱۳۸۲ (۱۲)



(۱)  $mr\omega^2 = N \sin \theta + \mu_s N \cos \theta$   
 (۲)  $mg = N \cos \theta - \mu_s N \sin \theta$

$$\frac{(۱)}{(۲)} \Rightarrow \frac{r\omega^2}{g} = \frac{\sin \theta + \mu_s \cos \theta}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta}$$

$$\Rightarrow \omega_{max} = \sqrt{\frac{g \tan \theta + \mu_s}{r (1 - \mu_s \tan \theta)}}$$

دانشگاه علم و صنعت ایران / شهریورماه ۱۳۸۲ (۱۸)

$I_{com} = I_{\text{حلقه در مرکز}} + 4I_{\text{میله در انتها}}$  (الف)

$I_{com} = mr^2 + 4(\frac{1}{3} ml^2) \stackrel{l=r}{=} \frac{4}{3} mr^2$



## دانشگاه علم و صنعت ایران

ب) با توجه به این که حلقه بدون لغزش به پایین می‌غلتد، بنابراین باید نیروی اصطکاک وجود داشته و از

$$\sum F_y = (m + \epsilon m)g \cos \theta \mu_s - N = 0 \quad \text{نوع ایستایی باشد:}$$

$$\sum F_x = (m + \epsilon m)g \sin \theta - (m + \epsilon m)g \cos \theta \mu_s = (m + \epsilon m)a_{\text{com}} \quad (۱)$$

$$\tau_{\text{com}} = I_{\text{com}} \alpha \rightarrow (m + \epsilon m)g \cos \theta \mu_s r = \frac{\gamma}{3} m r^2 \frac{a_{\text{com}}}{r} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲), (۱)} a_{\text{com}} = \frac{15}{22} g \sin \theta, \quad \mu_s = \frac{\gamma}{22} \tan \theta$$

$$f_{s \text{ max}} \geq f_s \rightarrow (m + \epsilon m)g \cos \theta \mu_{s \text{ max}} \geq (m + \epsilon m)g \cos \theta \mu_s \quad (ج)$$

$$\rightarrow \mu_{s \text{ max}} \geq \frac{\gamma}{22} \tan \theta$$