

داوطلب گرامی

با عرض سلام وخسته نباشید

خواهشمندیم نکات زیر را در نظر بگیرید:

۱. به دلخواه به سوالات یک و یا چند درس پاسخ دهید و پاسخهای خود را به صورت خوانا و مرتب روی برگه‌های A4 بنویسید.

۲. پاسخهای خود را به آدرس تهران- صندوق پستی ۱۷۷۷۵-۳۱۶ به نام انتشارات آموزشی آمد و یا بصورت فایل اسکن خوانا و پررنگ به آدرس amadeducationgroup@gmail.com ارسال نمایید.

۳. در صورت وجود هرگونه سوال می‌توانید با شماره‌های ۳۳۱۹۹۴۴۱ - ۳۳۳۶۴۳۳۹ تماس حاصل فرمایید.
بخش تألیف گروه آموزشی آمد

فرم داوطلبان آماده همکاری

(۱) مشخصات فردی

نام و نام خانوادگی: نام پدر: تاریخ تولد: شماره شناسنامه:
کد ملی: محل تولد: دین: مذهب: وضعیت تأهل:
آدرس پست الکترونیکی:

(۲) مشخصات محل سکونت

آدرس محل سکونت:

تلفن منزل: تلفن همراه: تلفن برای مواقع اضطراری:

(۳) وضعیت نظام وظیفه (ویژه آقایان)

خدمت کرده (تاریخ خدمت - آغاز و پایان): یگان محل خدمت:

خدمت نکرده (علت):

معاف از خدمت (علت):

(۴) تحصیلات

مدارک تحصیلی (از دبیرستان تا دانشگاه)	رشته تحصیلی / گرایش	نام دانشگاه یا مؤسسه	معدل	سال شروع تحصیل	سال اخذ مدرک (در صورت فارغ التحصیلی)
دیپلم					
کارشناسی					
کارشناسی ارشد					
دکتر					

(۵) آموزشهایی که تاکنون طی نموده‌اید (عمومی و تخصصی)

ردیف	از تاریخ	تا تاریخ	نوع آموزش	محل آموزش	توضیحات
۱					
۲					
۳					
۴					

(۶) سوابق کاری و نوع مشاغل که عهده‌دار بوده‌اید

ردیف	از تاریخ	تا تاریخ	نوع شغل	محل کار	علت تغییر شغل
۱					
۲					
۳					
۴					

(۷) آماده همکاری در چه دروسی هستید؟

ریاضی ۱ ☐ ریاضی ۲ ☐ معادلات دیفرانسیل ☐ ریاضی مهندسی ☐
فیزیک ۱ ☐ فیزیک ۲ ☐ محاسبات عددی ☐ آمار و احتمال ☐

اینجانب (ضمن تأیید موارد مندرج در فرم) تمایل خود را جهت همکاری با گروه آموزشی "آمد" به عنوان همکار مؤلف اعلام می‌دارم و متعهد می‌گردم پس از جذب طبق قوانین و دستورالعمل‌های مجموعه به فعالیت بپردازم.

تاریخ تکمیل فرم:

ریاضی ۱

- ۱- حد روبرو را محاسبه نمایید.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x^2} \int_x^{x+\frac{\ln x}{x}} e^{t^2} dt$$
- ۲- حاصل سری $f(x) = \sum_{k=1}^n a^k \cos kx$ را تعیین کنید.
- ۳- اگر $x_i \in (0, 1)$ و $x_{n+1} = 1 - \sqrt{1 - x_n}$, $n \geq 1$ ثابت کنید دنباله $\{x_n\}$ و سری $\sum x_n$ هر دو همگرا هستند.
- ۴- معادله روبرو را در اعداد مختلط حل کنید.

$$iz^6 + 2z^2 - 2i = 0$$
- ۵- با استفاده از قضیه مقدار میانگین ثابت کنید:

$$\int_x^{x^2} e^{t^2} dt \leq e^{1/4}, \quad \forall x \in [1, 2]$$
- ۶- روی سیکلوئید $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ نقطه‌ای را تعیین کنید که اولین قوس آن را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کند.
- ۷- ناحیه بین محورهای مختصات و سهمی $x^2 + y^2 = a^2$ حول محور x ها دوران می‌کند. حجم جسم حاصل را بیابید.

ریاضی ۲

- ۱- معادله خط مماس بر خم محل تلاقی صفحه $z = x + y$ و کره $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ را در نقطه $P(1, 1, 2)$ بنویسید.
- ۲- انتگرال زیر را محاسبه کنید.

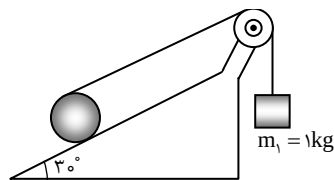
$$\int_{(1,-1,0)}^{(1,1,-1)} \left(\frac{yz}{x\sqrt{x^2-y^2}} \right) dx + \left(z^2 - \frac{z}{\sqrt{x^2-y^2}} \right) dy + \left(2yz - \sin^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 1 \right) dz$$
- ۳- هرگاه R ناحیه‌ای محدود به منحنی‌های $x^2 - y^2 = 1$, $x^2 - y^2 = 16$ و $x = 2y$ واقع در ربع اول صفحه مختصات باشد، انتگرال $\iint_R e^{x^2-y^2} dA$ را بدست آورید. (راهنمایی: از تغییر متغیر $y = u \tan v, x = u \sec v$ استفاده کنید).
- ۴- کلیه نقاط اکسترمم و زینی تابع $f(x, y) = xy(1 - x^2 - y^2)$ را تعیین کنید.
- ۵- حاصل انتگرال مقابل را بیابید.

$$\int_0^1 \frac{x^n - x^m}{\ln x} dx, \quad n, m > 0$$
- ۶- شار برونسوی نیروی $F(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2) \vec{i} + (2 \arctan \frac{y}{x}) \vec{j} + z\sqrt{x^2 + y^2} \vec{k}$ گذرنده از سطح بسته مقابل را بیابید.

$$z: \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2 \\ -1 \leq z \leq 2 \end{cases}$$
- ۷- شعاع انحناء و بردارهای یکانی مماس، نرمال اصلی و B نرمال منحنی $C: \begin{cases} x^2 = 2ay \\ x^3 = 6a^2z \end{cases}$ را در یک نقطه دلخواه پیدا کنید.

فیزیک ۱

- ۱- نوار نازک و سبکی به دور استوانه توپری به جرم 1 kg و شعاع 10 cm پیچیده شده است. این نوار پس از گذشتن از روی یک قرقره توپر به جرم 2 kg و شعاع 8 cm ، به یک جسم یک کیلوگرمی که در راستای قائم آویزان شده متصل شده است. با فرض اینکه حرکت استوانه غلتش بدون لغزش رو به پایین است و نوار بر روی قرقره نمی‌لغزد، مطلوبست:

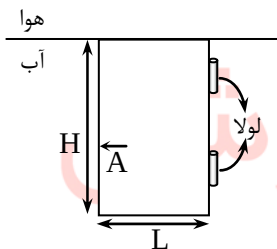


الف) شتاب m_1

ب) کشش نوار در طرفین قرقره

ج) شتاب خطی مرکز جرم استوانه

۲- با استفاده از طرح تقسیم مساوی انرژی مطلوبست محاسبه c_p و c_v و γ در گازهای دواتمی و چند اتمی.

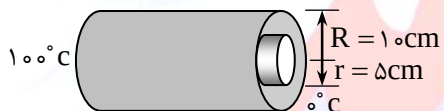


۳- یک زیردریایی دری به شکل مستطیل دارد. عرض این در L و ارتفاع آن H است. این در به یکی از اضلاع عمودی آن لولا شده است. لولاها را بدون اصطکاک فرض کنید. ضلع بالایی این در، هم سطح آب است. فشار داخل زیردریایی برابر با فشار اتمسفر

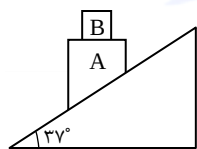
است. غواصی می خواهد این در را باز کند. او نیرویی به نقطه A درست به ضلع عمودی دیگر در وارد می کند (یعنی به ضلع مقابل ضلعی که لولا شده است). آستانه گشتاور لازم برای باز کردن این در از طرف درون زیردریایی چقدر است؟

۴- یک میله ای استوانه ای توپر به شعاع $r = 5 \text{ cm}$ و طول $L = 50 \text{ cm}$ در درون یک پوسته ای استوانه ای به شعاع داخلی $r = 5 \text{ cm}$ و شعاع خارجی $R = 10 \text{ cm}$ قرار دارد (شکل زیر). بین دو استوانه لایه ی عایق نازک و کاملی قرار دارد و جریان گرما فقط در امتداد محور دو استوانه برقرار می شود. دمای دو طرف استوانه $\Theta_1 = 100^\circ \text{C}$ و $\Theta_2 = 0^\circ \text{C}$ است. ضریب رسانش استوانه ای داخلی متغیر است و با رابطه ی $K_1 = 5\Theta + 20$ با دما تغییر می کند ولی ضریب رسانش پوسته ی استوانه ای ثابت و برابر با $K_2 = 100$ است (واحد ضریب رسانش $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}}$ است).

الف) تعیین کنید مقدار گرمای منتقل شده در واحد زمان از طریق دو استوانه چه مقدار است؟
ب) تابع تغییرات دما برحسب فاصله از انتهای سردتر را در استوانه ای داخلی به دست آورید.



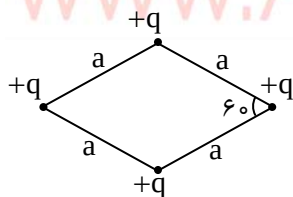
۵- کدام یک از نیروهای $\vec{F} = 3az(x^2 - y^2)\hat{i} - 6axyz\hat{j} + ax(x^2 - 3y^2)\hat{k}$ و $\vec{F} = -ay^2\hat{i} + ayz\hat{j} - ay^2\hat{k}$ پایستار و کدام یک ناپایستار است؟ تابع پتانسیل وابسته به نیرو یا نیروها را به دست آورید.



۶- بر روی سطح شیب داری به زاویه ی 37° درجه، مطابق شکل دو وزنه ی A و B به ترتیب به جرم 15 و 6 کیلوگرم بر روی هم قرار دارند. اگر ضریب مالش بین تمامی سطوح تماس $\mu = 0.1$ باشد، تعیین کنید مولفه های افقی و عمودی شتاب دو جسم A و B را نسبت به مختصات ساکن.

فیزیک ۲

۱- انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه روبرو را حساب کنید.



۲- خازنی که دارای صفحاتی به شعاعهای a و b ($a < b$) و بارهای $+q$ و $-q$ می باشد مفروض است، مطلوبست:

الف) محاسبه میدان الکتریکی در نواحی $r < a$ و $a < r < b$ و $r > b$

۳- الف) تبدیل لاپلاس توابع f و g زیر را بیابید.

$$f(t) = \begin{cases} 2t & 1 < t < 2 \\ t^2 - t & 2 < t < 3 \\ -4 & 3 < t < 5 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}, \quad g(t) = te^{-t} \cos(t+1)$$

ب) هرگاه $F(s) = \frac{s+1}{(s^2+1)^2}$ و $f(t) = L^{-1}(F(s))$ باشد، آنگاه مقدار $f(\frac{\pi}{4})$ را بیابید.

۴- جواب خصوصی معادله $y'' = 2y^3$ را با توجه به شرایط $y(0) = y'(0) = 1$ بدست آورید.

جواب عمومی معادله روبرو را به دست آورید. $x^2 y'' - x(1+x)y' + y = 0$

۵- مطلوبست محاسبه: $L[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(t \cos \theta) d\theta]$

ریاضی مهندسی

۱- نشان دهید که تابع حقیقی $u(x, y) = \sinh x \cos y$ همساز است. سپس یک تابع مختلط

تحلیلی $f(z)$ بیابید به قسمی که $u(x, y) = \operatorname{Re} f(z)$. آنگاه بزرگترین ناحیه ای را مشخص کنید که تابع f مذکور در آن تحلیلی است. سرانجام تابع $f(z)$ را برحسب متغیر z بیان نمایید.

۲- به کمک بسط فوری یک موج مربعی به صورت $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \pi \\ -1 & -\pi < t < 0 \end{cases}$ نشان دهید

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots, \quad \frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots$$

۳- فرم کانونی معادله مقابل را بدست آورید. $u_{xx} + y^2 u_{yy} + y u_y = 0$

۴- مقادیر سری های زیر را محاسبه کنید.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n - \sin(\frac{n\pi}{2})}{n(n^2-1)} \quad \text{ب)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin nx}{n}\right)^2 \quad \text{الف)}$$

۵- همه جوابهای مسئله مقدار مرزی روبرو را بدست آورید $\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = h(x, t) \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = k \\ u_t(0, t) + a u_x(0, t) = 0 \end{cases}$ که $a > c, a, c, k > 0, -\infty < x < \infty$ می باشد.

محاسبات عددی

۱- فرمول انتگرالگیری روبرو را در نظر بگیرید: $I = \int_0^1 f(x) dx \approx \omega_0 f(0) + \omega_1 f(\frac{1}{2}) + \omega_2 f(1)$

ω_0 و ω_1 و ω_2 را به گونه ای تعیین کنید که فرمول برای چندجمله ای های حداکثر از درجه ۲ دقیق باشد.

۲- با روش کمترین مربعات داده های جدول زیر را با $y = (a_0 + a_1 x)^2$ برازش نمایید.

x_i	0	0/2	0/4	0/6	1
y_i	0	1/44	1/46	2/25	4

۳- فرض کنید الف) $L_j(x)$ برای $j = 0, 1, \dots, n$ چندجمله ای های لاگرانژ مبتنی بر نقاط دو به

دو متمایز $x_0, x_1, \dots, x_n$ باشند نشان دهید که: $\sum_{j=0}^n x_j^2 L_j(x) = x^2 \quad x \geq 3$

ب) تابع $f(x) = x^3$ را در نظر بگیرید. ماکزیمم خطای درونیابی f مبتنی بر نقاط 0 و $\frac{1}{4}$ و 1

روی بازه $[0, 1]$ را بدست آورید.

- ۴- با فرض اینکه کوآدراتور $Q_{NC(r)}^{(r)}$ در امتداد محور x ها و $Q_{NC(r)}^{(l)}$ در امتداد محور y ها در نظر گرفته شده‌اند، تقریبی برای انتگرال دوگانه زیر ارایه دهید. همچنین خطای مطلق و خطای نسبی تقریب را به دست آورید.
- $$I = \int_0^2 \int_0^1 (1+x^2) dy dx$$
- ۵- اگر a^* و b^* مقادیر تقریبی a و b با خطاهای ε_1 و ε_2 باشند، کران بالای خطای عبارت $A = a^2 b$ را بیابید.

آمار و احتمال

- ۱- حسن یک سکه معمولی و سالم را $(n+1)$ بار و حسین سکه معمولی و سالم را n بار پرتاب می‌کند. احتمال آنکه تعداد شیرهایی که حسن می‌آورد بیشتر از تعداد شیرهایی که حسین می‌آورد باشد، چقدر است؟
- ۲- ارائه کننده روش جدید در تولیدات یک کارخانه مدعی است که این روش درصد ضایعات را از ۸ به ۵ کاهش می‌دهد. جهت آزمون این ادعا، یک نمونه ۵۰ تایی از محصولات را انتخاب کردیم و مشاهده شد که ۲ مورد از آنها معیوب است. اکنون فرضها را نوشته و ادعای مطروحه را در سطح تشخیص ۵ درصد آزمون کرده و توان آزمون را محاسبه کنید.
- ۳- اگر ۵۰ تا تاس اسلیم پرتاب شوند، احتمال تقریبی اینکه مجموع اعداد آنها بین ۱۵۰ تا ۲۰۰ باشد را پیدا کنید.
- ۴- اگر $x_1, x_2, \dots, x_n$ متغیرهای تصادفی iid و $N(\eta, \sigma)$ باشند،
- الف) اگر $n=30$ ، با استفاده از قضیه چبی شف، حداقلی برای $P\left\{|s^2 - \sigma^2| < \frac{1}{4}\sigma^2\right\}$ بیابید.
- ب) در صورتی که CDF توزیع $\chi^2(29)$ را با $F_Q(0)$ نشان دهیم، مقدار دقیق احتمال فوق را بر حسب این تابع بدست آورید.